-: पाठ → 1 :-

-: मात्रक मापन तथा त्रुटि विश्लेषण :-

प्रत्येक टॉपर की पहली पसंद

biharboardtoppernotes.in

→ **भौतिक राशियाँ ⇒**

वे सभी राशियाँ जिनका सम्बन्ध किसी भौतिकीय परिघटना से हो तथा उन्हें संख्या द्वारा व्यक्त किया जाए और साथ-साथ प्रत्यक्ष या अप्रत्यक्ष रूप में मापा जा सके भौतिक राशियाँ कहलाती हैं।

जैसे ⇒ लम्बाई, द्रव्यमान, समय, दाब, ताप, चाल, बल, वेग आदि

→ **मूल राशियाँ ⇒**

विज्ञान में समस्त राशियों को लम्बाई, द्रव्यमान, समय, ताप, ज्योतितीव्रता, विद्युत धारा, के पदों में मापा जाता है। ये राशियाँ मूल राशियाँ कहलाती हैं।

→ **मापन ⇒**

माप वह प्रक्रिया है जिसके द्वारा हम ज्ञात करते हैं कि कोई दी हुई राशि किसी मानक राशि का कितने गुना है।

→ **मात्रक ⇒**

वह सर्वमान्य मानक जिसका उपयोग किसी भौतिक राशि की तुलना के लिए किया जाता है। उस भौतिक राशि का मात्रक कहलाता है

जैसे ⇒
1. लम्बाई का मात्रक ⇒ मीटर
2. द्रव्यमान का मात्रक ⇒ किलोग्राम
3. समय का मात्रक ⇒ सेकण्ड

→ **मापन की प्रणालियाँ ⇒**

भिन्न-भिन्न स्थानों पर मापन की अलग-अलग प्रणालियाँ प्रयोग करते हैं जो निम्न प्रकार हैं।

1. M.K.S. प्रणाली (Metric System) ⇒ इस प्रणाली में लम्बाई को मीटर, द्रव्यमान को किलोग्राम, तथा समय को सेकण्ड में मापते हैं।

2. C.G.S. प्रणाली (French System) ⇒ इस प्रणाली में लम्बाई को सेमी., द्रव्यमान को ग्राम में तथा समय को सेकण्ड में मापते हैं।

3. F.P.S. प्रणाली (British System) ⇒ इस प्रणाली में लम्बाई को फुट में, द्रव्यमान को पौंड में तथा समय को सेकण्ड में मापते हैं।

मापन की अन्तराष्ट्रीय प्रणाली [The S.I. System of Unit]

मापन की यह प्रणाली अन्तराष्ट्रीय स्तर पर मान्य है। संक्षित रूप से इसे S.I. प्रणाली कहते हैं। जब S.I. का अर्थ "सिस्टम इंटरनेशनल डि यूनिट्स" System International 'd' Units होता है।

यह प्रणाली सर्वप्रथम सन 1971 में के माप तौल के महा सम्मेलन के बाद प्रचलन में आयी थी। यह प्रणाली अन्तराष्ट्रीय माप तौल सम्मेलन में समय-समय पर की जाने वाली संस्तुतियों पर (Recommendation) पर आधारित हो गई।

S.I. प्रणाली में सात मूल मात्रक होते हैं।

राशियाँ	मात्रक
1. लम्बाई	मीटर
2. द्रव्यमान	किलोग्राम
3 समय	सेकण्ड
4. ताप	कैल्विन
5 विद्युतधारा	ऐम्पियर

प्रत्येक टॉपर की पहली पसंद
biharboardtoppernotes.in
R Ranjan

6. पदार्थ की मात्रा — मोल
7. ज्योति तीव्रता — कैण्डिला

इसमें दो पूरक मात्रक "रेडियन" तथा "स्टेरेडियन" दो मात्रक शामिल होते हैं।

∴ S.I. पद्धति में कुल मात्रक = मूल मात्रक + पूरक मात्रक
= 07 + 02
= 9

→ S.I. पद्धति में मूल राशियों तथा मूल मात्रकों की सारणी →

मूल राशियाँ	मूल मात्रक	प्रतीक
लम्बाई	मीटर	M
द्रव्यमान	किलोग्राम	Kg
समय	सेकण्ड	S
ताप	कैल्विन	K
विद्युत धारा	ऐम्पियर	A
पदार्थ की मात्रा	मोल	M M
ज्योतितीव्रता	कैण्डिला	Cd

→ लम्बाई का मापन →

1. अत्यन्त छोटी दूरियों का मापन ⇒

बहुत सूक्ष्म जैसे (अणुओं का व्यास, परमाणुओं का आकार) मापने के लिए विशेष विधि का उपयोग किया जाता है। जिनमें से कुछ विधियाँ इस प्रकार हैं।

(a) आवोगाद्रो परिकल्पना के उपयोग द्वारा परमाणु की त्रिज्या की गणना → पदार्थ में परमाणु प्रबल आकर्षक बलों द्वारा बंधे रहते हैं। आवोगाद्रो के अनुसार "पदार्थ के 1 ग्राम परमाणु 6.023×10^{23} परमाणु होते हैं। ये परमाणु पदार्थ का लगभग 2/3 आयतन घेरते हैं।

https://biharboardtoppernotes.in

https://biharboardtoppernotes.in

माना पदार्थ का द्रव्यमान = m

पदार्थ का परमाणु भार = M

पदार्थ द्वारा घेरा गया आयतन = V

तथा माना परमाणु की त्रिज्या = r

तथा आवोगाद्रो की संख्या = N है।

अतः

1 ग्राम पदार्थ में परमाणुओं की संख्या $= \frac{N}{M}$

∴ m ग्राम पदार्थ में परमाणुओं की संख्या $= m\left[\frac{N}{M}\right]$

एक परमाणु द्वारा घेरा गया आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

∴ पदार्थ के सभी परमाणुओं द्वारा घेरा गया आयतन $= m\left[\frac{N}{M}\right] \times \frac{4}{3}\pi r^3$

∵ परमाणु पदार्थ का 2/3 आयतन घेरते हैं।

∴ घेरा गया कुल आयतन $= \frac{2}{3} \cdot V$

∴

$$m\left[\frac{N}{M}\right] \times \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3}V$$

$$m\left[\frac{N}{M}\right] \times 2\pi r^3 = V$$

या

$$r^3 = \frac{VM}{2\pi mN}$$

$$\boxed{r = \left[\frac{VM}{2\pi mN}\right]^{1/3}}$$

→ जहाँ आयतन = V, परमाणु भार = M, पदार्थ का द्रव्यमान = m, तथा आवोगाद्रो संख्या = N ज्ञात हैं तो इसके माध्यम से परमाणु की त्रिज्या ज्ञात की जाती है।

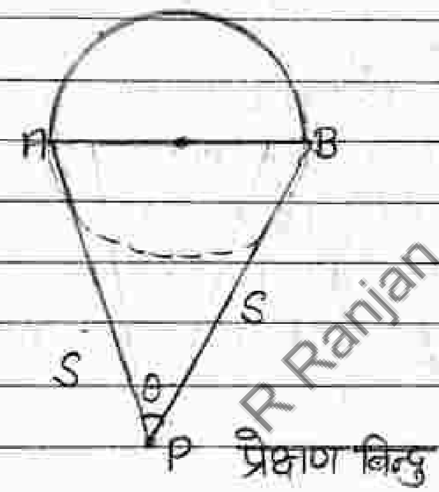
https://biharboardtoppernotes.in/

2. अत्यन्त बड़ी दूरियों का मापन →

बहुत बड़ी दूरियाँ जैसे "पर्वत की ऊँचाई, चन्द्रमा की पृथ्वी से दूरी" आदि का मापन कुछ प्रमुख विधियों से करते हैं। ऐसे मापन में कोणीय माप के सहायक होते हैं।

(a) → चन्द्रमा के व्यास की गणना →

माना पृथ्वी तल पर प्रेक्षण बिन्दु P है। यदि चन्द्रमा को दूरदर्शी द्वारा देखा जाये तो दूरदर्शी में चन्द्रमा का प्रतिबिम्ब एक वृत्तीय चकती के रूप में आता है।



माना प्रेक्षण बिन्दु P पर चन्द्रमा के व्यास AB द्वारा बना कोण θ है।
माना चन्द्रमा का रेखीय व्यास = D
पृथ्वी की चन्द्रमा से माध्य दूरी = S
∵ हम जानते हैं

$$\text{कोण} = \frac{\text{चाप}}{\text{त्रिज्या}}$$

∵ चाप AB = D
त्रिज्या PA = PB = S

∴ $\text{कोण}(\theta) = \frac{D}{S}$

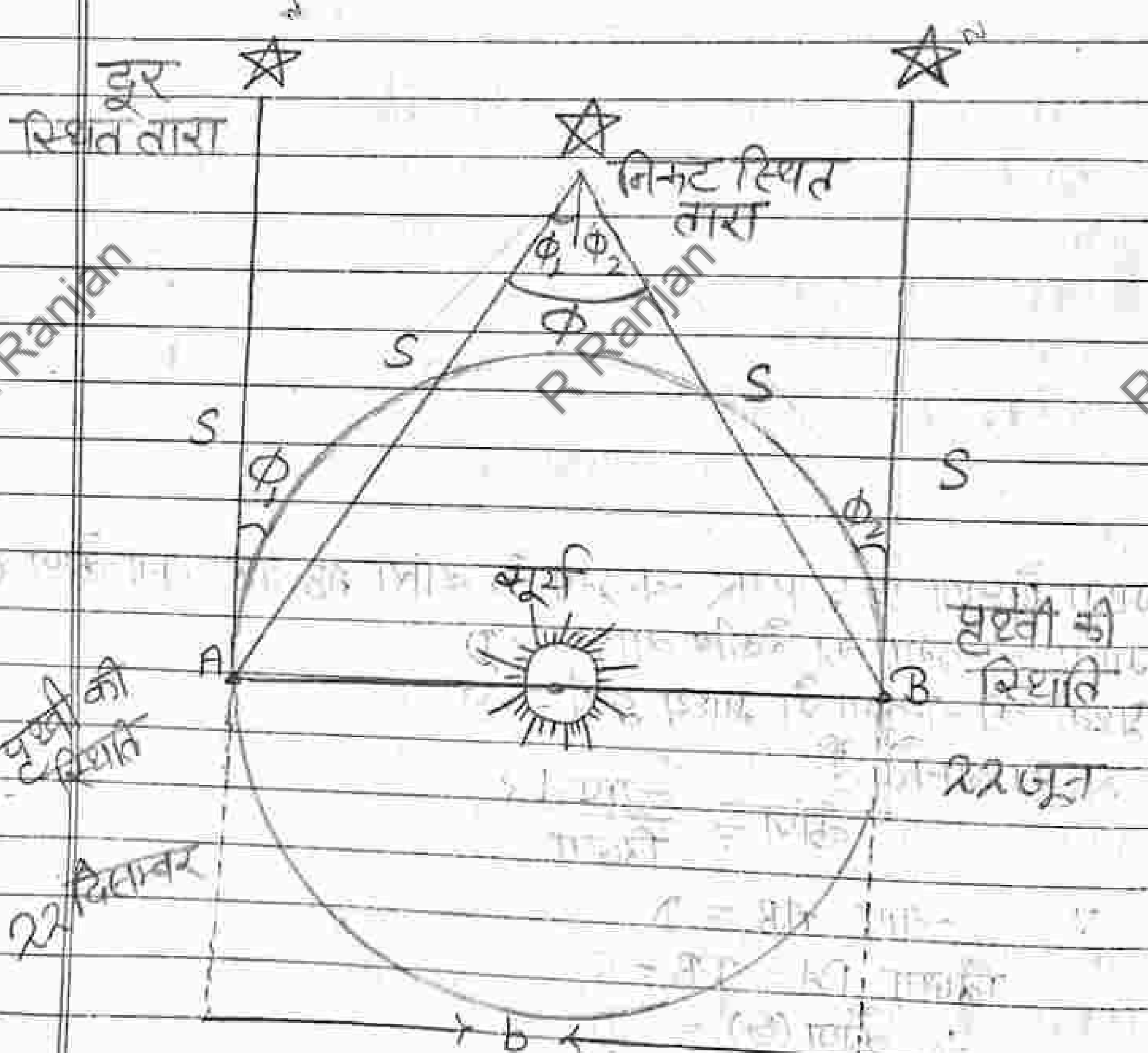
या

$$\boxed{D = S\theta}$$

R Ranjan

S ज्ञात होने पर कोण θ को मापकर व्यास चन्द्रमा का व्यास D ज्ञात किया जा सकता है।

(ii) लम्बन विधि द्वारा खगोलीय पिण्डों की दूरी ज्ञात करना → कुछ समीपवर्ती तारों (दूरी लगभग 100 प्रकाश वर्ष से कम) की पृथ्वी से दूरियाँ लम्बन विधि से ज्ञात कर सकते हैं। माना एक तारा S की दूरी पृथ्वी से ज्ञात करनी है। माना एक अन्य दूर स्थित तारा ∞ स्थित तारा है।



माना 22 दिसम्बर को पृथ्वी की स्थिति A पर है।
अतः 6 माह बाद →

https://biharboardtoppernotes.in/

1 प्रकाशवर्ष = 9.46 × 10^15 मी
= 10^13 km

22 जून को पृथ्वी की स्थिति B पर हो जाती है।
तारे N तथा S बीच का कोण ϕ_1 है। (22 दिसम्बर को)
तथा N व S के बीच का कोण ϕ_2 है। (22 जून को)
∴ दोनों कोणों का योग $\phi = \phi_1 + \phi_2$
कोण ϕ को तारे का लम्बन कोण कहते हैं।
∵ हम जानते हैं।

$$\text{कोण} = \frac{\text{चाप}}{\text{त्रिज्या}}$$

$$\text{कोण} = \frac{\text{चाप (AB)}}{\text{दूरी SA या SB}}$$

चित्रानुसार,
त्रिज्या SA = SB = तारे
S की पृथ्वी से दूरी = S

$$\therefore \phi = \frac{AB}{S}$$

या

$$\phi = \frac{b}{S}$$

या

$$\boxed{S = \frac{b}{\phi}}$$

https://biharboardtopper notes.in/

जहाँ b = सूर्य के परितः पृथ्वी की कक्षा का व्यास = लगभग 2 Au (Astronomical unit)
1 Au = 1.5×10^{11} मीटर

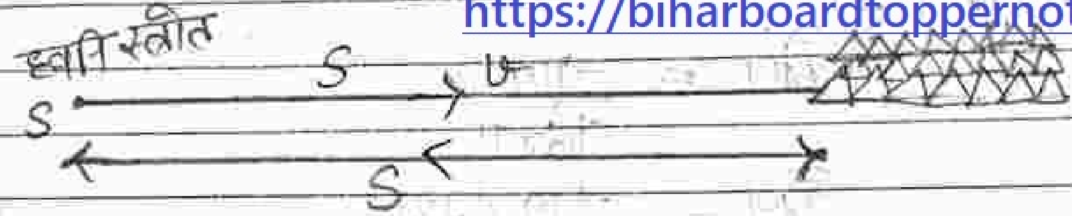
$b = 2 Au$
$b = 2 \times 1.5 \times 10^{11}$ मी०
$b = 3 \times 10^{11}$ मीटर

लम्बन कोण ϕ (रेडियन) में मापकर दूरी S की गणना कर सकते हैं।

Imp (c) → प्रतिध्वनि विधि अथवा परावर्तन विधि द्वारा बड़ी दूरी की गणना →

किसी दूर स्थित पहाड़ी से सीधे परावर्तन के आने के बाद आने वाली ध्वनि को प्रतिध्वनि कहते हैं। इस विधि से दूर स्थित पहाड़ी की दूरी ज्ञात की जा सकती है।

https://biharboardtoppernotes.in/



इस विधि में बन्दूक से दूर स्थित पहाड़ी की ओर छोड़ते हैं गोली के छोड़ने तथा प्रतिबिम्ब या प्रतिध्वनि के सुनने के बीच के क्षणों का अन्तराल ज्ञात कर लेते हैं।

माना यह समयान्तराल t है।

माना ध्वनि की चाल v है।

ध्वनि द्वारा तय की गई कुल दूरी $= s+s$

$= 2s$

$= \underline{2s}$

∵ हम जानते हैं।

दूरी = चाल × समय

$2s = v \cdot t$

$2s = v \cdot t$

$$\boxed{s = \frac{v \cdot t}{2}}$$

(d) → पृथ्वी से चन्द्रमा की दूरी ज्ञात की करने की लेजर (Laser) विधि

लेजर का अर्थ "Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation" है। इसका हिन्दी अर्थ "विकिरण के उद्दीप्त उत्सर्जन द्वारा प्रकाश का प्रवर्धन" है।

R Ranjan

https://biharboardtoppernotes.in/

यह विधि प्रकाश के परावर्तन पर आधारित है। लेजर प्रकाश अत्यधिक तीव्रता वाला एक दैशिक तथा एक वर्णी प्रकाश है। यह प्रकाश एक सरल रेखा में बहुत अधिक दूरी तय कर सकता है। लेजर पुंज को चन्द्रमा की ओर भेजा जाता है। चन्द्रमा से परावर्तित यह प्रकाश पृथ्वी पर लौट आता है। लेजर पुंज के पृथ्वी से चन्द्रमा तक जाने तथा चन्द्रमा से पृथ्वी तक वापिस आने तक का समय नोट कर लेते हैं।

माना पृथ्वी से चन्द्रमा की दूरी = S

लेजर पुंज के चन्द्रमा तक जाने तथा वापस आने का समय t है।

∴ दूरी = चाल × समय

के अनुसार

लेजर पुंज की तय कुल दूरी = S + S

= 2S

∴ लेजर पुंज की चाल c = 3×10^8 मीटर / सेकण्ड = 3×10^5 km/sec

∴ चाल = $\frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}$

दूरी = चाल × समय

$2S = c \cdot t$

$$S = \frac{c \cdot t}{2}$$

→ द्रव्यमान का मापन ⇒

वस्तु का वह गुण जिससे वह अपनी अवस्था परिवर्तन का विरोध करती है। जड़त्व कहलाती है। किसी वस्तु का द्रव्यमान उसके जड़त्व की माप कहलाता है।

माना m द्रव्यमान की वस्तु पर कार्यरत बल F है तथा वस्तु से उत्पन्न त्वरण a है तो

$F \propto m$ (नियत त्वरण a)

तथा $F \propto a$ (नियत द्रव्यमान m)

$\therefore \quad F \propto M \cdot a$

$F = k \cdot Ma$

प्रयोगों के अनुसार https://biharboardtoppernotes.in/

$$k = 1$$

$$\therefore \quad F = M \cdot a$$

$$\boxed{F = ma}$$

तथा

$$m = \frac{F}{a}$$

→ इस द्रव्यमान m को ही जड़त्वीय द्रव्यमान कहते हैं।

→ <u>गुरुत्वीय द्रव्यमान</u> ⇒ किसी भी वस्तु का भार (ω) उसके द्रव्यमान (m) के अनुक्रमानुपाती होता है।

$$\omega = mg$$

$$\omega \propto m$$

अर्थात वस्तु का द्रव्यमान गुरुत्वीय द्रव्यमान है, जो पृथ्वी के द्वारा उस वस्तु पर आरोपित बल को निर्धारित करता है। यदि किसी स्थान पर दो वस्तुओं के भार ω_1 व ω_2 है तो भार

$\omega = mg$ के अनुसार

$$\omega \propto m$$

$$\therefore \quad \omega_1 \propto m_1$$

तथा

$$\omega_2 \propto m_2$$

या

$$\boxed{\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{m_1}{m_2}}$$

समीकरण में प्रतिशत द्रव्यमान को ही गुरुत्वीय द्रव्यमान कह

R Ranjan

https://biharboardtoppernotes.in/

→ **समय का मापन :** →

समय का मापन घडी द्वारा किया जाता है। अर्थात " वह घटना जो नियमित समयान्तराल के बाद स्वयं को दोहराती है, घडी का कार्य करती है।"

इस प्रकार अपनी अक्ष के परितः पृथ्वी का घूमना सूर्य के परितः पृथ्वी का परिक्रमण तथा सरल लोलक के दोलन मनुष्य के ह्रदय की धड़कन तथा सीजीयम परमाणु के कंपन आदि विभिन्न प्रकार की घडियाँ है।

→ **समय मापन की विधियाँ निम्नलिखित है।**

① **सौर्य घडी :–** यह सूर्य के परितः पृथ्वी के निश्चित परिक्रमण पर आधारित है।

② **क्वार्ट्ज क्रिस्टल घडी :–**

यह दाब वैधयुत प्रभाव की घटना पर आधारित होती है। अर्थात जब क्वारज क्रिस्टल के विपरीत पृष्ठो पर दाब लगाते है, तो विद्युत वाहक बल उत्पन्न हो जाता है। इस प्रकार उत्पन्न दोलन समयान्तराल को मापने मे प्रयोग किये जाते है। इन घडियो की यथार्थता 10^9 Sec में एक 1 Sec होती है।

→ **परमाणु घडियाँ :–** परमाणु घडियाँ परमाणु मे होने वाले परमाणु आवर्तो पर आधारित होती है। पहली परमाणु C.G.m. घडी सन 1964 ई. बनाई गयी इनकी यथार्थता 10^{11} Sec मे 1 Sec होती है।

→ **रेडियो एक्टिव डेटिंग :** →

कुछ रेडियो एक्टिव नाभिक में कार्बन C (14) स्वतः ही विघटित होते रहते है। ये क्षय प्रकियाये 10^{17} Sec के कोटि के बहुत बडे समयान्तराल को मापने में प्रयोग किये जा सकते है।

जैसे :– जीवाश्म, चट्टानो तथा पृथ्वी आदि की आयु आदि इसी विधि से ज्ञात की जा सकती है।

https://biharboardtoppernotes.in/

लम्बाई के कुछ महत्वपूर्ण मात्रक छोटे तथा बड़े

(1) एक फर्मी = 10^{-15} m — Astronomical cal

(2) एक माइक्रोन ⇒ $1\mu = 10^{-6}$ m

(3) एक ~~संक्रस्टाम~~ एंगस्ट्रम $1\text{Å} = 10^{-10}$ m

(4) 1 AU = सूर्य से पृथ्वी की औसत दूरी = 1.496×10^{11} मी.

→ (4) 1- खगोलीय मात्रक :→ सूर्य से पृथ्वी की औसत दूरी =

$$1\,AU = 1.496 \times 10^{11} \text{ मी.}$$
$$1\,AU = 1.5 \times 10^{11} \text{ मी.}$$

→ (5) 2. प्रकाश वर्ष (1Ly) = प्रकाश द्वारा 1 वर्ष मे चली गई दूरी अपने वेग 3×10^{8} m/s के द्वारा 1 वर्ष मे तय की गई दूरी को प्रकाश वर्ष कहते हैं।

We know that :→

दूरी = चाल × समय

∴ 1 प्रकाश वर्ष = प्रकाश की चाल × समय (1 वर्ष)

$= 3\times10^{8}$ मी./sec × 365 × 24 × 3600 से.

$= 3\times10^{8}$ मी. × 365 × 24 × 3600

$= 946080 \times 10^{10}$ मी.

$= 9.46080 \times 10^{15}$ मी.

$= 9.46 \times 10^{15}$ मी.

$$\boxed{1Ly = 9.46 \times 10^{15} \text{ मी.}}$$ या $1Ly \approx 10^{16}$ मी.

Note → प्रकाश वर्ष दूरी मापने का मात्रक है।

https://biharboardtoppernotes.in/

(2) 1 माइक्रोन = एक मीटर का दस लाखवाँ भाग

$1\mu = \frac{1}{1000000}$ मी० $= \frac{1}{10^6}$ मी०

$1\mu = 10^{-6}$ मी०

(3) एक एक्स मात्रक $= 10^{-13}$ मी०

(4) एक पारसेक = वह दूरी जिस पर पृथ्वी की कक्षा की औसत त्रिज्या 1 आर्क सेकेण्ड का कोण अन्तरित करे। पारसेक कहलाती है।

1 पारसेक $= 3.08 \times 10^{16}$ मी०

→ द्रव्यमान के छोटे व बड़े मात्रक →

(1) 1 kg $= {}_{6}C^{12}$ के 5.0188×10^{25} परमाणुओं का द्रव्यमान होता है।

(2) $1 kg = 1000 g = 10^3 g$
$1 g = 10^{-3} kg$

(3) $1 g = \frac{1}{1000}$ किग्रा० $= 10^{-3} kg$

(4) 1 मिलीग्राम $= \frac{1}{1000} g = 10^{-3}$ ग्राम $\times 10^{-3}$ ग्राम

$1 mg = 10^{-6} kg$

(5) 1 माइक्रोग्राम $= 10^{-9} kg$.

(6) 1 (क्विंटल) $= 100 kg$.
$= 10^2 kg$.

(7) 1 मिट्रिक टन = 10 क्विंटल
$= 10 \times 100 kg$

R Ranjan

https://biharboardtoppernotes.in/

$= 1000$ Kg.

$= 10^3$ Kg.

→ समय के छोटे व बड़े मात्रक →

① 1 मिली सेकण्ड $= \frac{1}{1000} = 10^{-3}$ सेकण्ड

② 1 एक माइक्रो सेकेण्ड $= \frac{1}{1000000} = 10^{-6}$ सेकण्ड

③ 1 नैनो सेकेण्ड $= 10^{-9}$ सेकण्ड

④ 1 पिको सेकण्ड $= 10^{-12}$ सेकण्ड

⑤ 1 घण्टा $= 60$ मिनट
$= 60 \times 60$ सेकण्ड
$= 3600$ सेकेण्ड

⑥ एक सौर दिवस : एक दोपहर से दूसरे दोपहर के बीच के समय को एक सौर दिवस कहते है।

एक सौर दिवस $= 24$ घण्टे $\times 3600$ सेकेण्ड
$= 86400$ सेक

⑦ 1 वर्ष $= 365\frac{1}{4}$ दिन $= \frac{1461}{4}$ दिन

$= \frac{1461}{4} \times 24 \times 3600$ सेकण्ड

$= 1461 \times 6 \times 3600$ सेकण्ड

$= 31557600$ सेकण्ड

$= 3.15576 \times 10^7$ सेकण्ड

∴ एक वर्ष $= 3.15576 \times 10^7$ सेकण्ड

https://biharboardtoppernotes.in/

→ एक लीप वर्ष →
वह वर्ष जिसके फरवरी माह में एक अतिरिक्त दिन अर्थात 29 दिन हो वह वर्ष लीप वर्ष कहलाती है।
यह वर्ष हर चौथे वर्ष बाद पड़ता है।

1 लीप वर्ष = 366 दिन

(8) एक दशक :- = 10 वर्ष
= 10 × 1 वर्ष
= $10 \times 3.155 \times 10^7$ Sec
= 3.155×10^8 सेकण्ड

→ अनिश्चितता :→
किसी भी भौतिक राशि को मापने के लिए मापक यंत्र का प्रयोग किया जाता है।
Ex- लम्बाई मापने के लिए मीटर पैमाना वर्नियर कैलिपर्स, स्क्रूगेज (पेचमापी) आदि का प्रयोग किया जाता है। अर्थात "किसी माप में अनिश्चितता का मान उस मान के न्यूनतम तथा अधिकतम मानों के अन्तर के बराबर अर्थात प्रयोग किये गये मापक यन्त्रों के अल्पतमांक के बराबर होता है।

→ अल्पतमांक :→
किसी भी मापक यन्त्र द्वारा मापी जा सकने वाली न्यूनतम माप को उस मापक यन्त्र का अल्पतमांक कहते हैं।
Ex. - (1) वर्नियर कैलिपर्स का अल्पतमांक 0.1 मिमी. या 0.01 मिली. या cm होता है।
(2) मीटर पैमाने का (अल्पतमांक) अल्पतमांक 1 mm या 0.1 cm होता है।

R Ranjan

https://biharboardtoppernotes.in/

Date
Page

③ स्क्रूगेज का अल्पतमांक 0.01 मी॰मी॰ अथवा 0.001 cm होता है।

→ **प्रेरक्षण की त्रुटि** :⟶ प्रेरक्षण की त्रुटि को दो प्रकार से परिभाषित किया जा सकता है।

सम्भावित त्रुटि या निरपेक्ष त्रुटि या परम त्रुटि :⟶ Possible Error यदि किसी भौतिक राशि का यथार्थ मान x तथा मापक यन्त्र द्वारा प्रेक्षित मान x_0 हो तथा प्रेरक्षा की त्रुटि Δx हो तो

$$\boxed{\Delta x = x_0 - x}$$

(i) Δx का मान धनात्मक अथवा ऋणात्मक हो सकता है। अथवा शून्य कभी नहीं हो सकता है।

(ii) यथार्थ मान

$$x = x_0 - \Delta x$$

Δx को चिन्ह सहित घटा देते हैं।

$$\boxed{x = x_0 - \Delta x}$$

भिन्नात्मक त्रुटि अथवा सापेक्ष त्रुटि अथवा आपेक्षिक त्रुटि -

माना किसी भौतिक राशि का यथार्थ मान a है। तथा निरपेक्ष मान त्रुटि Δa हो तो a निरपेक्ष त्रुटि तथा यथार्थ मान के अनुपात को भिन्नात्मक त्रुटि कहते है।

∴ भिन्नात्मक त्रुटि = $\dfrac{\text{निरपेक्ष त्रुटि}}{\text{यथार्थ मान}}$

∴ $\boxed{\text{भिन्नात्मक त्रुटि} = \dfrac{\Delta a}{a}}$

R Ranjan

https://biharboardtoppernotes.in/

Date
Page

∴ प्रतिशत में भिन्नात्मक त्रुटि $= \left(\frac{\Delta a}{a}\right) \times 100\%$

→ **परिशुद्धता :–**
परिशुद्धता वह शब्द है, जो किसी वस्तु की एक माप की उस वस्तु की अन्य मापों से निकटता प्रदर्शित करने के लिए प्रयुक्त किया जाता है।
परिशुद्धता प्रयुक्त किये गये मापक यन्त्र के अल्पतमांक के द्वारा निश्चित की जाती है।
अर्थात

$$\text{परिशुद्धता} \propto \frac{1}{\text{अल्पतमांक}}$$

vvImp **त्रुटियों का संयोजन :–**
किसी प्रयोग के फल को सदैव अधिकतम सम्भावित त्रुटि ही ज्ञात की जाती है अर्थात त्रुटियों के संयोजन में विभिन्न त्रुटियों का सदैव योग ही किया जाता है, अन्तर कभी नही होता है।"

V.Imp (i) **योग में :–**
यदि दो राशियों A तथा B की मापें क्रमशः (a ± Δa) तथा (b ± Δb) हो तो योग में अधिकतम सम्भव निरपेक्ष त्रुटि अथवा सापेक्ष त्रुटि को ज्ञात करने के लिए इन राशियों के मापों के योगफल को x ± Δx के रूप में लिखने पर

$$\therefore x \pm \Delta x = (a \pm \Delta a) + (b \pm \Delta b)$$

$$= (a+b) \pm (\Delta a + \Delta b)$$

$$= (a+b) \pm (\Delta a + \Delta b)$$

यथार्थ मान   अधिकतम त्रुटि

R Ranjan

https://biharboardtoppernotes.in

अतः $x = (a+b)$ तथा $(\Delta a + \Delta b)$

अतः दोनो राशियों का योग $= a+b$

योगफल मे अधिकतम त्रुटि या सम्भावित त्रुटि

$= (\Delta a + \Delta b)$

$\therefore$ योग में अधिकतम सापेक्ष त्रुटि $= \left[\frac{\Delta a + \Delta b}{a+b}\right]$

$\therefore$ अधिकतम सापेक्ष त्रुटि % में $= \left(\frac{\Delta a + \Delta b}{a+b}\right) \times 100\%$

→ घटाने पर → एक राशि A मे से राशि B को घटाने पर फल मे अधिकतम सम्भावित त्रुटि ज्ञात करने के लिए इन राशियों के मापों के अन्तर को $(y \pm \Delta y)$ के रूप मे लिखने पर

$\therefore (y \pm \Delta y) = (a \pm \Delta a) - (b \pm \Delta b)$

$= (a-b) \pm (\Delta a - \Delta b)$

$(y \pm \Delta y) = (a-b) \pm (\Delta a + \Delta b)$

↓ माप ↓ अधिकतम सम्भावित त्रुटि

→ निरपेक्ष त्रुटियों का सदैव योग होता है।

$\because y = (a-b), \Delta y = \Delta a + \Delta b$

अतः राशि (A) - राशि (B) का मान $= a-b$

$\therefore$ घटाने पर अधिकतम सम्भावित त्रुटि $= \Delta a + \Delta b$

$\therefore$ घटाने पर अधिकतम सापेक्ष त्रुटि $= \frac{(\Delta a + \Delta b)}{(a-b)}$

अतः अधिकतम सापेक्ष त्रुटि प्रतिशत में

$$= \left[\frac{\Delta a + \Delta b}{a - b}\right] \times 100\%$$

→ गुणनफल में :→ माना किसी प्रयोग में फल $y = ab$ है। जहाँ a व b = पदों द्वारा ली गई मापें

y = प्राप्त फल

यदि a व b की मापन में त्रुटियाँ क्रमशः $\pm\Delta a$ तथा $\pm\Delta b$ हो तो फल y में त्रुटि

$$\Delta y = (a \pm \Delta a)(b \pm \Delta b) - ab$$

$$\Delta y = ab \pm a\Delta b \pm b\Delta a \pm \Delta a\Delta b - ab$$

$$\Delta y = \pm a\Delta b \pm b\Delta a \pm \Delta a\Delta b$$

बहुत छोटे पदों $(\Delta a \cdot \Delta b)$ को छोड़ देने पर

$$\Rightarrow \Delta y = \pm a\Delta b \pm b\Delta a$$

y के मापन में भिन्नात्मक

$$\frac{\Delta y}{y} = \frac{\pm a\Delta b \pm b\Delta a}{ab}$$

$$\frac{\Delta y}{y} = \pm\frac{a\Delta b}{ab} \pm \frac{b\Delta a}{ab}$$

https://biharboardtoppernotes.in/

$$\frac{\Delta y}{y} = \pm\frac{\Delta b}{b} \pm \frac{\Delta a}{a}$$

∴ अधिकतम संभावित प्रतिशत भिन्नात्मक त्रुटि

$$\left|\frac{\Delta y}{y}\right|_{max} \times 100\% = \left(\pm\frac{\Delta a}{a} \pm \frac{\Delta b}{b}\right) \times 100\%$$

$$\therefore \left|\frac{\Delta y}{y}\right|_{max} \times 100\% = \pm\frac{\Delta a}{a} \times 100\% \pm \frac{\Delta b}{b} \times 100\%$$

R Ranjan

1. विशेष नोट → माना किसी प्रयोग में अज्ञात राशि y का मान निम्न राशियों a, b तथा c निम्न प्रकार निर्भर करता है।

$$y = \frac{a^2 b}{c^2}$$

अथवा

https://biharboardtoppernotes.in/

$$y = a^2 b c^{-2}$$

∴ y के मान मे भिन्नात्मक त्रुटि·

$$\frac{\Delta y}{y} = 2\left(\frac{\Delta a}{a}\right) + \left(\frac{\Delta b}{b}\right) - 2\left(\frac{\Delta c}{c}\right)$$

∴ y के मान में अधिकतम संभावित भिन्नात्मक त्रुटि-

$$\left|\frac{\Delta y}{y}\right|_{max} = 2\left(\frac{\Delta a}{a}\right) + \left(\frac{\Delta b}{b}\right) - 2\left(\frac{\Delta c}{c}\right)$$

$$\left|\frac{\Delta y}{y}\right|_{max} = 2\left(\frac{\Delta a}{a}\right) + \left(\frac{\Delta b}{b}\right) + 2\left(\frac{\Delta c}{c}\right)$$

∴ y के मान में अधिकतम संभावित प्रतिशत त्रुटि –

$$\left|\frac{\Delta y}{y}\right|_{max} \times 100\% = 2\left(\frac{\Delta a}{a}\right) \times 100\% + \left(\frac{\Delta b}{b}\right) \times 100\% + 2\left(\frac{\Delta c}{c}\right) \times 100\%$$

इस त्रुटि को अनुमेय त्रुटि भी कहते हैं।

2. सूत्र $y = \frac{a^2 b}{c^2}$ को निम्न विधि से भी भिन्नात्मक प्रतिशत त्रुटि ज्ञात कर सकते हैं।

→ $y = \frac{a^2 b}{c^2}$

$y = a^2 b c^{-2}$

R Ranjan

https://biharboardtoppernotes.in/

दोनों पक्षों का लघुगणक लेने पर-

$$\log_e y = 2\log a + \log b - 2\log c$$

उपरोक्त समीकरण का आंशिक अवकलन करने पर.

$$\frac{\Delta y}{y} = 2\left(\frac{\Delta a}{a}\right) + \left(\frac{\Delta b}{b}\right) - 2\left(\frac{\Delta c}{c}\right)$$

∴ y के मान में अधिकतम भिन्नात्मक त्रुटि.

$$\left|\frac{\Delta y}{y}\right|_{max} = 2\left(\frac{\Delta a}{a}\right) + \left(\frac{\Delta b}{b}\right) + 2\left(\frac{\Delta c}{c}\right)$$

प्रयोग में प्रतिशत त्रुटि प्रायोगिक प्रतिशत त्रुटि का मान निम्न प्रकार से ज्ञात कर सकते हैं।→

किसी भी राशि का एक प्रमाणित मान होता है। तथा प्रयोग से प्राप्त मान को प्रायोगिक मान कहते हैं।

अतः

$$\text{प्रायोगिक प्रतिशत त्रुटि} = \left[\frac{\text{प्रमाणित मान} \sim \text{प्रायोगिक मान}}{\text{प्रमाणित मान}}\right] \times 100\%$$

जैसे→

1. लोहे का घनत्व 7.88 ग्राम/सेमी³ है तथा प्रयोग कर्ता ने इसका मान 8.10 ग्राम/सेमी³ ज्ञात किया है। प्रायोगिक प्रतिशत त्रुटि ज्ञात करो

हल→ प्रश्नानुसार

घनत्व का प्रमाणित मान = 7.88 ग्राम/सेमी³

घनत्व का प्रायोगिक मान = 8.10 ग्राम/सेमी³

$$\therefore \text{प्रायोगिक प्रतिशत त्रुटि} = \left[\frac{\text{प्रमाणित मान} \sim \text{प्रायोगिक मान}}{\text{प्रमाणित मान}}\right] \times 100\%$$

$$= \left[\frac{7.88 \sim 8.10}{7.88}\right] \times 100\%$$

R Ranjan

https://biharboardtoppernotes.in/

$$= \left[\frac{0.22}{7.88}\right] \times 100\%$$

$$= \frac{22}{788} \times 100\%$$

$$= \frac{2200}{788}\%$$

$$= 2.79\%$$

Imp

→ **सार्थक अंक** → किसी भी राशि के मापन में सम्मिलत सभी विश्वसनीय तथा एक संदिग्ध अंक सार्थक अंक कहलाते हैं।

जैसे → किसी छड़ की लम्बाई 14.5 cm है। मीटर स्केल से इस लम्बाई को मापेंगे. मीटर स्केल का विभेदन 0.1 है। प्राप्त परिणाम 14.5 cm है। विश्वसनीय अंक 1 व 4 तथा संदिग्ध अंक 5 है।

→ **सार्थक अंक ज्ञात करने के नियम** →

1. सभी अशून्य संख्यायें सार्थक अंक होती हैं।
   जैसे → 41143.28
   सार्थक अंक = 6

2. दो अशून्य संख्याओं का बीच का शून्य सार्थक अंक होता है
   जैसे → 2807.05
   सार्थक अंक = 6

3. दशमलव के बायीं ओर कोई शून्य हो तो दशमलव के बाद तुरन्त बाद के शून्य सार्थक में नहीं गिने जायेंगे।
   जैसे → 0.0028
   सार्थक अंक = 2

https://biharboardtoppernotes.in/
R Ranjan

4. कोई संख्या ऐसी जिसमें दशमलव न हो उस संख्या के अंतिम अथवा अनुगामी (आगे आने वाले) शून्य सार्थक अंक नहीं होते हैं।

जैसे ⇒ 1. खेत की लम्बाई = 124 मीटर
सार्थक अंक = 3 मीटर

2. खेत की लम्बाई = 124 × 100 सेमी०
= 12400 सेमी०
सार्थक अंक = 3

3. खेत की लम्बाई = 124000 मिमी०
सार्थक अंक = 3

5. ऐसी संख्या जिसमें दशमलव बिन्दु हो तथा दशमलव के तुरन्त बाद कोई अशून्य अंक हो तो उसके बाद के अनुगामी शून्य सार्थक अंक होते हैं।

जैसे ⇒ 4.5800
सार्थक अंक = 5.

Points to be noted :-

1. $r = \left[\frac{VM}{2\pi MN}\right]^{1/3}$
2. $D = S\theta$
3. $S = \frac{b}{\theta}$
4. $S = \frac{v \cdot t}{2}$
5. $S = \frac{c \cdot t}{2}$
6. $F = m \cdot a$
7. $\frac{W_1}{W_2} = \frac{M_1}{M_2}$
8. 1 ly = 9.46×10^{15} मीटर
9. 1 μ = 10^{-6} मीटर
10. 1 पारसेक = 3.08×10^{16} मीटर

https://biharboardtoppernotes.in/

R Ranjan

11. 1 ग्राम = $\frac{1}{1000}$ किलोग्राम = 10^{-3} kg.

12. 1 मिलीग्राम = 10^{-6} kg.

13. 1 माइक्रोग्राम = 10^{-9} kg.

14. 1 क्विंटल = 100kg = 10^{2} kg.

15. 1 मिलीटन = 1000 kg = 10^{3} kg.

16. 1 मिलीसेकण्ड = $\frac{1}{1000}$ = 10^{-3} सेकण्ड

17. 1 माइक्रो सेकण्ड = $\frac{1}{1000000}$ = 10^{-6} सेकण्ड

18. 1 नैनोसेकण्ड = 10^{-9} सेकण्ड

19. 1 पिको सेकण्ड = 10^{-12} सेकण्ड

20. 1 घण्टा = 60 मिनट = 3600 सेकण्ड

21. 1 सौरदिवस = 24 घण्टे × 3600 सेकण्ड

22. 1 वर्ष = 3.15576×10^{7} सेकण्ड

23. 1 लीप वर्ष = 366 वर्ष दिन

24. 1 दशक = 3.1555×100 सेकण्ड

25. $4x = x_0 - x$

26. $x = x_0 - \Delta x$

https://biharboardtoppernotes.in/

Page

27. भिन्नात्मक त्रुटि = $\frac{\Delta c}{c}$

28. प्रतिशत में भिन्नात्मक त्रुटि = $\left[\frac{\Delta a}{a}\right] \times 100\%$

29. परिशुद्धता = $\frac{1}{\text{अल्पतमांक}}$

30. अधिकतम सापेक्ष त्रुटि प्रतिशत में = $\left[\frac{\Delta a + \Delta b}{a+b}\right] \times 100\%$

31. $\left|\frac{\Delta y}{y}\right|_{max} \times 100\% = \pm \frac{\Delta a}{a} \times 100\% \pm \frac{\Delta b}{b} \times 100\%$

32. $\left|\frac{\Delta y}{y}\right|_{max} \times 100\% = 2\left[\frac{\Delta a}{a}\right] \times 100\% + \left[\frac{\Delta b}{b}\right] \times 100\% \; 3\left[\frac{\Delta c}{c}\right] \times 100\%$

33. $\left|\frac{\Delta y}{y}\right|_{max}$ ~~× 100%~~ $= 2\left[\frac{\Delta a}{a}\right] + \left[\frac{\Delta b}{b}\right] + 2\left[\frac{\Delta c}{c}\right]$

34. प्रायोगिक प्रतिशत त्रुटि = $\left[\frac{\text{प्रमाणित मान} \sim \text{प्रायोगिक मान}}{\text{प्रमाणित मान}}\right] \times 100\%$

https://biharboardtoppernotes.in/

प्रत्येक टॉपर की पहली पसंद

biharboardtoppernotes.in

Page → 25